

KOMPLEKSIANALYYSI I LOPPUKOE
6.3.2012

1. LOPPUKOE

- 1.1. **Tehtävä.** (1) Määää kaikki luvut $z \in \mathbb{C}$ siten, että $(z - 1)^6 = 8$.
(2) Milloin seuraavat funktiot ovat kompleksisesti derivoituvia? Milloin ne ovat analyyttisiä?
(a) $f(z) = \bar{z}$, $z \in \mathbb{C}$,
(b) $g(z) = \bar{z}^2$, $z \in \mathbb{C}$.

- 1.2. **Tehtävä.** Olkoon $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ analyyttinen. Jos funktiosta f oletetaan aina yksi seuraavista oletuksista, niin mitä tiedät funktiosta f ?
(a) $|f'(z)| \leq |z|$ kaikilla $z \in \mathbb{C}$.
(b) $\operatorname{Re} f(z) < M$ kaikilla $z \in \mathbb{C}$.

- 1.3. **Tehtävä.** Määää seuraavat integraalit. Annettujen kiekkojen reunat kierretään myötäpäivään.

$$(1) \int_{\partial D(0,2)} \frac{dz}{z^2 + 5z + 4} \quad (2) \int_{\partial D(0,1)} \frac{\cos(z)}{z^2} dz.$$

- 1.4. **Tehtävä.** Määää integraali

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2 - 2x + 2} dx.$$

- 1.5. **Tehtävä.** Etsi bijektiivinen konformikuvaus avoimelta yksikkökieleltä sektorille $\{z : \pi/4 < \arg(z) < 3\pi/4\}$.