



MAT11004 Differentiaalilaskenta, kevät 2019
Kurssikoe
4.3.2019

Kokeessa saa käyttää laskimia, mutta ei muita apuvälineitä (esimerkiksi taulukkokirjan käyttö on kielletty). Perustele ratkaisusi huolellisesti. Huom. laskimen avulla saatu vastaus ei riitä perusteluksi missään tehtävässä!

1. Etsi sellaiset reaaliluvut a ja b , että funktio

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{kun } -1 \leq x < 1, \\ ax + b, & \text{kun } 1 \leq x < 2 \\ 3x, & \text{kun } 2 \leq x < 4 \end{cases}$$

on jatkuva määrittelyjoukossaan $[-1, 4)$. Perustele ratkaisusi.

2. Määritä funktion $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}(x-5)^2}{4}$$

lokaalit ääriarvokohdat ja lokaalit ääriarvot. Onko funktiolla f suurinta tai pienintä arvoa?

3. Oletetaan, että funktio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ toteuttaa ehdot

$$\sin x \leq f(x) \leq x$$

jokaiselle $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ja $f(-x) = -f(x)$, kun $[0, \frac{\pi}{2}]$. Osoita, että f on derivoituva pisteessä $x = 0$ ja $f'(0) = 1$.

4. Määritellään funktio $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ seuraavasti

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2x+2}}$$

jokaiselle $x \in [0, \infty)$. Osoita, että funktiolla f on olemassa käänteisfunktio $f^{-1} : f([0, \infty)) \rightarrow [0, \infty)$. Määrä käänteisfunktion määrittelyjoukko. Laske $(f^{-1})'(\frac{1}{2})$.