

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Integraalilaskenta

Kurssikoe 8.3.2021 klo 12.00 – 14.30

Vastaukset palautettava moodleen klo 14.45 mennessä

1. Laske

$$\int_0^7 \frac{1}{x+1+\sqrt[3]{x+1}} dx.$$

2. Suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_0^\infty \frac{1}{x(1+e^{-x})} dx?$$

Perustele vastauksesi.

3. Ellipsi

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1,$$

missä $0 < b < a$, pyörähtää x -akselin ympäri. Laske pyörähdyskappaleen tilavuus ja pinta-ala.

4. Funktiojono (f_n) määritellään seuraavasti:

$$f_n(x) = e^{-(x-n)^2}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Osoita, että funktiojono (f_n) suppenee tasaisesti jokaisella rajoitetulla välillä. Suppeneeko jono tasaisesti koko reaaliakselilla? Perustele.