



1. Laske integraalit (a) $\int_0^8 \frac{\cos \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} dx$, (b) $\int \frac{2x^3 - 4x^2 - x - 3}{x^2 - 2x - 3} dx$.

2. Tutki, suppeneeko epäoleellinen integraali $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{x} dx$.

3. Olkoon $f_n: (e, e^2) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f_n(x) = \sqrt[n]{\ln x}, \quad n \in \mathbb{N}_1, \quad x \in (e, e^2).$$

(a) Määritä rajafunktio $f: (e, e^2) \rightarrow \mathbb{R}$, $f = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n$.

(b) Onko suppeneminen $f_n \rightarrow f$ tasaista välillä (e, e^2) ?

4. Oletetaan, että $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ on jatkuvasti derivoituva bijektio ja $f(a) = a$, $f(b) = b$.
Osoita, että

$$\int_a^b g(x) dx + \int_a^b f(x) dx = b^2 - a^2,$$

missä $g: [a, b] \rightarrow [a, b]$ on f :n käänteisfunktio.

5. Esitä tasaisen jatkuvuuden määritelmä. Osoita, että funktion $x \mapsto e^{-x^2}$ integraalifunktiot ovat tasaisesti jatkuvia \mathbb{R} :ssä.

Huom! Laskimella saatu vastaus ei missään tehtävässä riitä perusteluksi.