

## JOHDATUS YLIOPISTOMATEMATIIKKAAN

### AAMUTENTTI

- (1) Todista induktiolla, että  $12^n - 1$  on jaollinen luvulla 11 kaikilla positiivisilla kokonaisluvuilla  $n$ .
- (2) (Jokainen osatehtävä on 1p arvoinen.) Tarkastellaan relaatiota  $R$ , joka on määritelty kaikkien reaalilukujen joukossa seuraavasti: Jos

$$4x^2 + y^2 \leq 5,$$

niin  $xRy$ .

- (a) Anna esimerkki jostain pisteestä  $y$ , jolle pätee  $1Ry$ .
  - (b) Anna esimerkki jostain pisteestä  $y$ , jolle ei päde  $1Ry$ .
  - (c) Hahmottele niiden pisteiden  $(x, y)$  joukko, jotka ovat relaatiossa. Tämän saa tehdä myös esim. GeoGebralla tai Wolfram Alphalla.
  - (d) Onko relaatio refleksiivinen? Perustele lyhyesti!
  - (e) Onko relaatio symmetrinen? Perustele lyhyesti!
  - (f) Onko relaatio transitiivinen? Perustele lyhyesti!
- (3) Ratkaise käyttämättä laskinta kompleksilukujen joukossa yhtälö  $z^4 = -1$  ja piirrä ratkaisut kompleksitasoon. Ratkaisun tarkistamiseen tai pisteiden piirtämiseen GeoGebra, Wolfram Alpha tai muu vastaava on ok.