

## KOMBINATORIIKAN KURSSIN MAT21018 TENTTI

17.12.2021 KLO 14-17

**1.** Mikä on lukujonon generoiva funktio? Anna esimerkki matematiikan tehtävästä, jonka ratkaisemisessa voidaan käyttää generoivia funktioita. Ratkaise tehtävä generoivien funktioiden avulla. (6 pistettä)

**2.** Suomen kielen kuusi yleisintä kirjainta ovat A, I, T, N, E ja S. Kuinka monta sellaista näiden kuuden kirjaimen perumutaatiota on, jotka **eivät** sisällä sanaa "ASTE" **eivätkä** sanaa "EI"? Esimerkiksi permutaatio IASTEN sisältää sanan "ASTE".

Ilmoita vastaus kokonaislukuna. (6 pistettä)

**3.** Olkoot  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 4$  ja  $a_n = 4a_{n-1} - 2a_{n-2}$  kaikilla  $n \geq 2$ . Mikä on jonon  $(a_n)$  eksplisiittinen kaava? (6 pistettä)

**4.** Olkoon  $n \geq 2$  positiivinen kokonaisluku. Osoita, että

$$\sum_{k=1}^{n-1} \binom{n}{k} \binom{n}{n-k} k(n-k) = \binom{2n-2}{n-2} n^2.$$

(6 pistettä)