

Kurssikoe

Huomaa tehtävien numerointi.

1. (6 + 6 pistettä) Tarkastellaan seuraavia aakkoston $\{a, b\}$ kieliä:

- (a) Kieli A_1 koostuu kaikista merkkijonoista, joissa esiintyy osamerkkijono bab .
- (b) Kieli A_2 koostuu kaikista merkkijonoista, joissa a -merkkien lukumäärä on kolmella jaollinen. (Huomaa, että nolla on jaollinen kolmella.)

Esitä kielille A_1 ja A_2 **sekä** deterministinen äärellinen automaatti **että** säännöllinen lauseke.

3. (3 + 3 + 6 pistettä)

- (a) Kielistä A ja B tiedetään vain, että A ei ole säännöllinen ja $A \subseteq B$. Voidaanko tämän perusteella päätellä, että B ei ole säännöllinen?
- (b) Kielistä A ja B tiedetään vain, että A on säännöllinen mutta $A \cup B$ ei ole. Voidaanko tämän perusteella päätellä, että B ei ole säännöllinen?
- (c) Todista, että kieli

$$C = \{ a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i < j + k \}$$

ei ole säännöllinen.

Kohdissa (a) ja (b) perustele vastauksesi esittämällä täsmällinen todistus tai vastaesimerkki. Voit käyttää apuna mitä tahansa kurssilla todistettuja säännöllisten kielten ominaisuuksia ja tietoa, että esim. kieli $\{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ei ole säännöllinen.

Kohdassa (c) esitä täsmällinen todistus; voit käyttää pumppauslemmaa ja muitakin haluamiasi kurssilla esitettyjä tuloksia.

4. (6 + 6 pistettä)

- (a) Esitä yhteydetön kielioppi aakkoston $\{a, b, c\}$, kielelle, joka koostuu kaikista parittoman mittaisista palindromeista. (Merkkijono on palindromi, jos se on sama alusta loppuun ja lopusta alkuun luettuna.)
- (b) Esitä kieliopissa

$$T \rightarrow T + T \mid T * T \mid a$$

merkkijonolle $a + a * a$ kaksi erilaista jäsennykspuuta sekä niitä vastaavat vasemmat johdot.

6. (6 + 6 pistettä)

- (a) Mikä on Turingin koneiden pysähtymisongelma? Esitä täsmällinen matemaattinen määritelmä ja sanallinen selitys. Mitä tiedetään pysähtymisongelman ratkeavuudesta ja tunnustettavuudesta? Todistuksia ei tarvitse esittää, vastaukset kysymyksiin riittävät. Vastaa lyhyesti mutta täsmällisesti.
- (b) Pysähtymisongelmaa koskeviin tarkasteluihin liittyy kieli

$$D = \{ \langle M \rangle \mid \langle M \rangle \notin L(M) \}.$$

Selitä sanallisesti, mikä kieli tämä on. Onko kieli D Turing-ratkeava? Entä Turing-tunnistettava? Esitä vastauksesi perusteeksi täsmällinen todistus.