

Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I  
Kursseko 15.10.2008  
Laatijat: Petteri Harjulehto ja Hans-Olav Tylli

1

(a) Olkoot

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ja } B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

avaruuden  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$  matriiseja. Onko yhtälö  $AB = BA$  voimassa?

(b) Ratkaise lineaarinen yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 = -9 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

Gaussin tai Gaussin-Jordanin eliminoinnilla.

2.

(a) Määrittele käsite säännöllinen matriisi.

(b) Määritä matriisin

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

käänteismatriisi.

3. Olkoot  $V$  vektoriavaruus ja  $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$  sen vapaa jono. Määritellään  $\bar{w}_1 = \bar{v}_1$ ,  $\bar{w}_2 = \bar{v}_1 - \bar{v}_2$  ja  $\bar{w}_3 = \bar{v}_1 - \bar{v}_2 - \bar{v}_3$ . Onko jono  $(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3)$  vapaa vektoriavaruudessa  $V$ ?

4. Onko jono

$$\left( \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

vektoriavaruuden  $\mathbb{R}^4$  kanta?

**Huom.** Muista perustella vastauksesi!