

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Raja-arvot 2016

Kurssikoe 27.10.2016

1 Selvitä kurssin tietojen avulla

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + n^2}{n + n^2}.$$

Tehtävässä saa käyttää tietoa vakiojonon ja jonon $(\frac{1}{n})$ raja-arvosta sekä lukujonojen raja-arvoja koskevia lauseita. Perustele vastauksesi huolellisesti!

2 Oletetaan, että reaaliluku x toteuttaa epäyhtälöt $|x-1| < 3$ ja $|x-7| < 5$. Osoita, että se toteuttaa tällöin myös epäyhtälön $|x-3| < 1$.

3 Osoita lukujonon rajatta kasvamisen määritelmän perusteella, että

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{n + 1} = \infty.$$

4 Tarkastellaan yhtälöllä

$$f(x) = \frac{x + 3}{x + 8}$$

välillä $[1, 3]$ määriteltyä funktiota f . Osoita funktion raja-arvon määritelmän perusteella, että

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{1}{2}.$$