

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN OSASTO

MAT11003 Raja-arvot 2019

Kurssikoe 24.10.2019 klo 12.00-14.30

Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet ja laskin.

1 Selvitä kurssin tietojen avulla

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+3)(4n+5)}{6n^2+7}$$

Tehtävässä saa käyttää tietoa vakiojonon ja jonon $(\frac{1}{n})$ raja-arvosta sekä lukujonojen raja-arvoja koskevia kurssin lauseita. Perustele vastauksesi huolellisesti!

2 Osoita pelkän lukujonon raja-arvon määritelmän perusteella, että

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+5}{6n+7} = \frac{2}{3}$$

3 Tarkastellaan ehdoilla $x_1 = 3$ ja

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \sqrt{x_n})$$

määriteltyä lukujonoa (x_n) . Osoita, että jono suppenee ja määritä sen raja-arvo. Tehtävässä saa käyttää tietoa, että $\sqrt{c} \leq \sqrt{d}$ kun $0 \leq c \leq d$.

4 Tarkastellaan yhtälöllä

$$f(x) = \frac{3x+1}{x+3}$$

välillä $[1, 3]$ määriteltyä funktiota f . Osoita pelkän funktion raja-arvon määritelmän perusteella, että

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{7}{5}$$