



Kokeessa saa käyttää laskinta, mutta ei muita apuvälineitä (esimerkiksi taulukkokirjan käyttö on kielletty).

1. Tutki, suppeneeko sarja $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k k}{k+1}$.

2. Määritä potenssisarjan $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(3-x)^k}{k^3}$ keskus, suppenemissäde ja suppenemisväli.

3. (a) Määritä funktion $f(x) = \frac{1}{(x-4)^2}$ Taylorin polynomi $T_3(x; 5)$.

(b) Määritä Taylorin kaavan $f(x) = T_3(x; 5) + R_4(x; 5)$ jäännöstermi $R_4(x; 5)$, kun $x \in (4, 6)$. Käytä Lagrangen jäännöstermimuotoa.

(c) Laske Taylorin polynomin $T_3(x; 5)$ antama likiarvo funktion f arvolle pisteessä $x = \frac{26}{5}$. Kuinka suuri on likiarvon virhe?

4. Oletetaan, että sarja $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ suppenee itseisesti.

(a) Osoita, että sarja $\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx)$ suppenee tasaisesti \mathbb{R} :ssä.

(b) Olkoon $s: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sarjan $\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx)$ summafunktio. Laske $\int_{-\pi}^{\pi} s(x) dx$.

Huom! Laskimella saatu vastaus ei missään tehtävässä riitä perusteluksi.