

Matemaattisten tieteiden kandiohjelma /  
MTL  
Todennäköisyyslaskenta IIa  
Kurssikoe 27.10.2017 (kesto 2h 30 min)

Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet, laskin sekä käsinkirjoitettu, A4-kokoinen lunttilappu. Ei taulukkokirjaa

1. Kuusisivuista noppaa heitetään seitsemän kertaa. Olkoon  $X$  niiden heittojen lukumäärä, joilla saadaan silmäluku 1 tai 2. Olkoon  $A$  tapahtuma "ei saada yhtään viitosta".

- (a) Laske  $\mathbb{P}(X = 3)$  sekä ilmoita satunnaismuuttujan  $X$  odotusarvo.
- (b) Laske ehdollinen todennäköisyys  $\mathbb{P}(X = 3 \mid A)$ . Ovatko tapahtumat  $\{X = 3\}$  ja  $A$  riippumattomat?

2. Oletetaan, että  $Y \sim U(0, 1)$  ja määritellään  $X = Y^4$ .

- (a) Määrää satunnaismuuttujan  $X$  kertymäfunktio  $F_X$
- (b) Määrää satunnaismuuttujan  $X$  tiheysfunktio  $f_X$
- (c) Laske lisäksi odotusarvo  $\mathbb{E}X$  ja varianssi  $\text{var } X$ .

3. Satunnaismuuttuja  $X$  noudattaa tasajakaumaa välillä  $(0, 2)$ . Satunnaismuuttuja  $Y$  noudattaa normaalijakaumaa  $Y \sim N(-2, 4)$ . Satunnaismuuttujat  $X$  ja  $Y$  ovat riippumattomia.

- (a) Laske  $\mathbb{E}(2X + 4Y)$
- (b) Laske  $\text{var}(X - 2Y + 8)$
- (c) Laske  $\text{cov}(3X, XY)$

4. (a) Satunnaismuuttujan  $X$  momenttienäfunktio on

$$M(t) = \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^t + \frac{1}{2}e^{2t}$$

Määrää  $\mathbb{E}X$  ja  $\text{var } X$ .

- (b) Oletetaan, että  $W \sim \text{Bernoulli}(\frac{3}{4})$ . Laske satunnaismuuttujan  $6-2W$  momenttienäfunktio.