



Palauta ratkaisusi sähköisesti Moodlen palautuskansioon klo 15:00 mennessä.

1. Olkoon satunnaismuuttujalla X jatkuva jakauma tiheysfunktiolla f_X . Johda satunnaismuuttujan $Y = |X - 1|$ tiheysfunktio f_Y . Jos $X \sim U(-1, 0)$, niin mikä on Y :n jakauma?
2. Olkoot X_1 ja X_2 riippumattomia satunnaismuuttujia, joille

$$EX_1 = 2, \quad EX_2 = -1, \quad \text{var } X_1 = 1 \quad \text{ja} \quad \text{var } X_2 = 2.$$

Määritellään

$$Y = 2 - X_1 + 2X_2 \quad \text{ja} \quad Z = -3 + 2X_1 - X_2.$$

Laske EY , EZ , $\text{var } Y$, $\text{var } Z$ ja $\text{cov}(Y, Z)$.

3. Olkoot $X \sim U(-1, 1)$ ja Y satunnaismuuttuja, jolle $P(Y = -1) = P(Y = 1) = \frac{1}{2}$. Osoita, että jos $X \perp Y$, niin $X + Y \sim U(-2, 2)$. *Vihje:* Momenttiemäfunctiot. Jos et muuten pääse alkuun, niin etsi netistä tasajakauman momenttiemäfunktion kaava ja johda se tapauksessa $X \sim U(-1, 1)$.
4. Osoita, että tapahtumat A ja B ovat riippumattomia, jos ja vain jos $\text{cov}(\mathbf{1}_A, \mathbf{1}_B) = 0$.