



MAT21003 Vektorianalyysi I
Kurssikoe, 22.10.2018

Valitse seuraavista 5:stä tehtävästä 4. Jos teet kaikki tehtävät, niin parhaimmat neljä arvostellaan. Perustele ratkaisusi huolellisesti. Ei laskimia eikä muita apuvälineitä.

1. Tarkastellaan funktioita $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = 3 + 3x^2 - y^2.$$

- (a) Mikä on funktion f graafi? (1 piste)
(b) Määritä funktion f graafin tangenttitason yhtälö pisteessä $(1, -2)$. (4 pistettä)

2. Olkoon $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = x^2 \sin(xy - z)$.

- (a) Laske funktion f gradientti pisteessä $P = (2\pi, 1, -\pi)$. (2 pistettä)
(b) Laske funktion f muutosnopeus pisteessä P vektorin $u = (2, -1, -2)$ suuntaan. (2 pistettä)
(c) Mikä on funktion f suurin muutosnopeus pisteessä P . (2 pistettä)

3. Etsi funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = 3x^2 + y^2 - 9y + 4x$$

kriittiset pisteet ja selvitä, millaisia pisteitä ne ovat.

4. Laske integraali

$$\iiint_I x e^{y^2+z^2} dx dy dz$$

missä $I = [-2, 2] \times [0, 1] \times [-1, 2]$.

5. Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ funktio. Osoita, että jos $\frac{\partial f}{\partial x}(u) = 0$ ja $\frac{\partial f}{\partial y}(u) = 0$ jokaiselle $u \in \mathbb{R}^2$, niin f on vakiofunktio.